

РЈЕШЕЊА
II РАЗРЕД

1. p_H – почетни парцијални притисак водоника (у првом дијелу суда)
 p_H^1 – крајњи парцијални притисак водоника у првом дијелу суда
 p_H^2 – крајњи парцијални притисак водоника у другом дијелу суда
 m_H – укупна маса водоника, m_N – маса азота,
 m_H^1 – крајња маса водоника у првом дијелу суда
 m_H^2 – крајња маса водоника у другом дијелу суда
 p_N – почетни парцијални притисак азота
 p'_N – крајњи парцијални притисак азота
 V – запремина сваког од дијелова суда

Очигледно, $m_H = m_H^1 + m_H^2$. Услов равнотеже је $p_H^1 = p_H^2$, а једначина стања идеалног гаса даје

$$p_H V = \frac{m_H}{M_H} RT, \quad p_H^1 V = \frac{m_H^1}{M_H} RT, \quad p_H^2 V = \frac{m_H^2}{M_H} RT,$$

па је $m_H^1 = m_H^2 = m_H/2$ и $p_H^1 = p_H^2 = p_H/2$. Због

$$p_N V = \frac{m_N}{M_N} RT, \quad p'_N V = \frac{m_N}{M_N} RT$$

видимо да је $p_N = p'_N$.

Услов задатка се односи на укупни притисак у првом дијелу прије и после и стицања:

$$p_H^1 + p'_N = 0,7(p_H + p_N).$$

Уврштавањем горњих резултата овај услов даје

$$\frac{p_H}{2} + p_N = 0,7(p_H + p_N) \Rightarrow p_N = \frac{2}{3} p_H,$$

одакле слиједи

$$\frac{m_N}{M_N} \frac{RT}{V} = \frac{2}{3} \frac{m_H}{M_H} \frac{RT}{V} \Rightarrow \frac{m_N}{m_H} = \frac{2}{3} \frac{M_N}{M_H} = \frac{2}{3} k = 9,33.$$

2. Према закону одржања енергије

$$\frac{1}{2} I \omega_0^2 = Mgl, \quad I = \frac{1}{3} Ml^2 \quad \Rightarrow \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{6g}{l}}, \quad (1)$$

гдје је ω_0 минимална угаона брзина штапа непосредно након удара да би направио пуни обртај. Како је удар еластичан важе закони одржања момента импулса и енергије:

$$mv_0 l = I \omega_0 - mvl, \quad (2) \quad \frac{1}{2} mv_0^2 = \frac{1}{2} I \omega_0^2 + \frac{1}{2} mv^2 = Mgl + \frac{1}{2} mv^2 \quad (3)$$

гдје је v брзина куглице након удара. Из (3) слиједи

$$v_0^2 = 2 \frac{M}{m} gl + v^2,$$

а из (1) и (2)

$$v = \frac{I}{l} \omega_0 - v_0 = \frac{M}{3m} \sqrt{6gl} - v_0.$$

Уврштавањем (5) у (4) налазимо

$$v_0 = \left(1 + \frac{M}{3m}\right) \sqrt{\frac{3}{2} gl} = 8,95 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

3. Нека је m маса метеорита. Према закону одржања енергије

$$\gamma \frac{M_S m}{d} = \frac{1}{2} m v_1^2,$$

гдје је d удаљеност Земље од Сунца (полупречник орбите), M_S маса Сунца, а v_1 брзина метеорита у односу на Сунце у тренутку када достиже орбиту Земље и улази у њено гравитационо поље. У односу на Земљу метеорит тада има брзину

$$v_r = \sqrt{v_1^2 + v_Z^2}.$$

Сада кретање метеорита можемо посматрати у односу на Земљу, па имамо приближно

$$\frac{1}{2} m v_r^2 = -\gamma \frac{M_Z m}{R} + \frac{1}{2} m v_2^2,$$

гдје је v_2 брзина метеорита при паду на Земљу. Елиминацијом v_1 налазимо

$$v_2 = \sqrt{v_Z^2 + \frac{2\gamma M_S}{d} + \frac{2\gamma M_Z}{R}}.$$

Потребне константе могу се добити из сљедећих релација:

$$\frac{\gamma M_S m}{d^2} = \frac{m v_Z^2}{d}, \quad \frac{\gamma M_Z m}{R^2} = m g,$$

па добијамо

$$v_2 = \sqrt{3v_Z^2 + 2gR} = 52,8 \text{ km/s}.$$

4. Током једне половине периода клатно ће осциловати као математичко клатно дужине l , а током друге половине периода математичко клатно дужине $l-l'$. Дакле, период малих осцилација је

$$T = \pi \left(\sqrt{\frac{l}{g}} + \sqrt{\frac{l-l'}{g}} \right) = 1,35 \text{ s}.$$

5. Тренутна брзина истицања воде је

$$v = \sqrt{2gx},$$

гдје је x ниво воде у суду. Почетна брзина истицања одговара $x = h$, а крајња брзина $x = 0$. Брзину промјене нивоа воде у суду налазимо помоћу једначине континуитета:

$$\frac{d^2}{4} \pi v = \frac{D^2}{4} \pi V.$$

Дакле, брзина промјене нивоа воде у суду је

$$V = \left(\frac{d}{D} \right)^2 \sqrt{2gx}.$$

Ради се о равномерно успореном кретању, па важи

$$h = \frac{1}{2} V_0 t,$$

одакле налазимо

$$t = \frac{2h}{V_0} = \left(\frac{D}{d} \right)^2 \sqrt{\frac{2h}{g}} = 20,2 \text{ s}.$$

